

10. DEZEMBER 2020: VORLÄUFIGES FAZIT - MIT KRITIKPUNKTEN

Die **Reproduktionszahl** ist eine Kenngrösse zur Beschreibung des Infektionsgeschehens. Weiteren Aufschluss darüber können auch die **Verdoppelungszeit (oder Halbierungszeit)**, die **Inzidenzzahl** oder die **Positivitätsrate** vermitteln.

Jede dieser Kenngrössen birgt allerdings ein gewisses «Interpretationsrisiko» in sich, falls man sich der dem Ergebnis zu Grunde liegenden Ausgangslage nicht bewusst ist. Speziell dann, wenn solche Kennzahlen für verschiedene Einzugsgebiete (Kantone, Regionen) miteinander verglichen (also gewissermassen «rangiert») werden, können daraus falsche Schlussfolgerungen gezogen werden.

Kritik im Einzelnen:

Positivitätsrate

Hier werden aus einer Stichprobe (täglicher Testumfang) die erkannten Neuinfektionen direkt auf die Grösse des Testumfangs bezogen. **Das Problem:** Da sich die Aussage auf das betreffende Einzugsgebiet bezieht, muss stillschweigend vorausgesetzt werden können, dass innerhalb dieses Gebietes dauernd eine homogene Infektionsdurchmischung vorliegt, was aber kaum der Fall sein dürfte. Wenn schon – zum Ausgleich von zufälligen Tagesschwankungen – die Neuinfektionen bei der Berechnung des R – Wertes über eine gewisse Zeitspanne gemittelt werden (z.B. 7 – Tagesmittel), so müsste dies zur Vermeidung von Fehlinterpretationen auch für die Positivitätsrate erfolgen.

Inzidenzzahl

Es werden die getesteten Neuinfektionen (eines Einzugsgebietes) über n – Tage (oftmals n = 7 Tage oder 14 Tage) addiert, die Summe durch die Einwohnerzahl dividiert und mit dem Faktor 100000 multipliziert. Das Ergebnis lautet dann: «X Neuinfektionen innert n – Tagen pro 100000 Einwohner». Wird stattdessen die 7 – Tagessumme auf einen Tag gemittelt, erhält man daraus die entsprechende Tagesinzidenz. **Das Problem:** Bei schwankendem Testumfang pro Messperiode (mit stets gleicher Verhältniszahl «Positive / Alle») resultieren ungleiche Inzidenzzahlen, obwohl das erfasste Geschehen an sich dasselbe ist. Ein Zerrbild ergibt sich daraus auch dann, wenn die Inzidenzzahlen von kleinen Einzugsgebieten («kleine» Kantone) mit jenen für «grosse» Kantone verglichen werden sollen. Für einen korrekten Vergleich müsste hier der Testumfang im Verhältnis zur entsprechenden Einwohnerzahl stehen.

Reproduktionszahl

«Piece de Résistance» aller Indikatoren zum Infektionsgeschehen bildet derzeit die Reproduktionszahl R. Es handelt sich dabei (vereinfacht) um eine Verhältniszahl (Quotient), gebildet aus der mittleren (7 – Tage) Neuinfektionszahl (NI) einer Zeitperiode T, geteilt durch den entsprechenden Wert aus der Vorperiode. Periode und Vorperioden liegen dabei um die sogenannte Generationszeit (hier mit GZ = 4 Tagen angenommen) auseinander. Der Quotient R stellt damit gewissermassen das Glied $(1+Z)$ einer Zinseszins – Rechnung der Form $NI_n = NI_0 \cdot (1+Z)^n$ dar. Beim

«Zins» Z handelt es sich dabei um einen «4-Tageszins» zur vorgegebenen Generationszeit, und bei «n» um die Anzahl Generationszeiten. Soll Z nicht den nach 4 Tagen nachschüssigen, sondern den augenblicklichen, stetigen Zuwachs symbolisieren, ist dafür statt des Wertes Z die Grösse $Z' = \ln(1+Z)$ einzusetzen und mit $NI_n = NI_0 \cdot \exp(Z' \cdot n)$ zu rechnen.

Ob der R – Wert aus gleitenden Mittelwerten der Neuinfektionen, oder aus den realen Messwerten ermittelt wird, ist eher sekundär. Hingegen liegt **folgendes Problem** vor: Falls der R – Wert für eine Prognose verwendet wird, kommt man gewissermassen vom richtigen Pfad ab, da der R - Wert im Grunde einem parabolischen Kurvenverlauf ad Infinitum zugeordnet wurde – was aber nicht dem Verlauf eines Infektionsgeschehens entspricht (naturgemäss: Räuber – Beute – Modell als logistische Funktion!). Eine Fehleinschätzung «auf der schlechten Seite» bildet so u.a. die Bestimmung der Halbierungszeit; siehe unten.

Sofern bei der gängigen Form der Bestimmung von R davon ausgegangen werden kann, dass die Neuinfektionen aus Periode und Vorperiode auf etwa gleichem Testumfang basieren, ist es legitim, die R – Werte eines Tages für ein «kleines» Einzugsgebiet mit jenen eines grossen Einzugsgebietes (ungleiche Testsummen) zu vergleichen.

Hingegen spielt es für ein «Gesamtgebiet» (Schweiz) eine Rolle, aus welchen (Teil-) Summen der Kantone sich der R – Wert zusammensetzt. Berechnet man (wie gebräuchlich) den R – Wert «global» aus dem Total aller Kantone, unterstellt man für jedes Einzugsgebiet «gleiche Gewichtung». Man erhält so denselben R – Wert (für die Schweiz), wie wenn man den Mittelwert aller R – Werte für die einzelnen Kantone bildet. Richtigerweise sollte man jedoch für die kantonalen R – Werte eine Gewichtung entsprechend der Einwohnerzahlen vornehmen und dann daraus den R – Wert für das Gesamtgebiet (Schweiz) ermitteln. Je nach dem, kann daraus der «wahre = wahrscheinlichste» R – Wert vom vorgenannten Globalwert deutlich abweichen. Bevölkerungsreiche Einzugsgebiete (Kantone) mit überdurchschnittlichem R – Wert heben den wahren R – Wert für die Gesamtheit (Schweiz) über den «einfachen Globalwert» hinaus in die Höhe.

Verdoppelungszeit (VZ) oder Halbierungszeit (HZ) - je nach Generationszeit (GZ)

Ausgehend von einer ermittelten Anzahl Neuinfektionen am Tag X, wird mit Hilfe der für dieses Datum berechneten Reproduktionszahl prognostiziert, nach wie vielen Tagen (ab hier) sich die «Tages – Neuinfektionen» verdoppelt (oder halbiert) haben werden. Ansatz: « $HZ = [\ln(0.5)/\ln(R)] \cdot GZ$ ». Sowohl bei steigendem wie bei sinkendem Verlauf der Infektionszahlen setzt diese Modellrechnung voraus, dass der für den Tag X berechnete R – Wert mindestens bis zum damit prognostizierten Halbierungszeitpunkt unverändert bleibt. **Das Problem:** Bei (kontinuierlichem) Wachstumsverlauf der Infektionen (Summenkurve), folgt die Summierung jedoch nicht einer Parabel, sondern einer logistischen S – Kurve. Daher gibt die mit dem R – Wert berechnete (z.B.) Halbierungszeit eine von der Realität abweichende Grösse an. Die wahre Zeitspanne bis zur Halbierung der aktuellen Neuinfektionen kann deutlich über oder unter der mittels «R» berechneten Zeit liegen. Das kann dann fatal werden, wenn es behördlicherseits darum gehen soll, ab dem Erreichen einer gesteckten Reduktion der Bevölkerung gewisse Erleichterungen im «Corona – Regime» in Aussicht zu stellen. **Richtigerweise** muss die Halbierung der täglichen Neuinfektionen aus dem (mutmasslichen) Verlauf der logistischen Summenkurve der bisherigen (und künftigen) Infektionen **wie folgt** abgeleitet werden:

Ausgehend von der berechneten Summenfunktion für die S – Kurve, ist deren Wendepunkt (Übergang vom progressiven ins degressive Wachstum) bekannt. Desgleichen der aus Ableitung der Summenfunktion resultierende Verlauf für die zugeordnete Glockenkurve, welche den kontinuierlichen Gang der Neuinfektionen darstellt (und über die aktuelle Messung hinaus

prognostiziert). Sofern sich mit jeder der letzten 7 Messungen (Neuinfektionen) stets ein Summenwert aller Infektionen "bis hierhin" bildet, der auf der Zeitachse «rechts» vom Wendepunkt der S - Kurve und damit im degressiven Wachstumsbereich der Aufsummierung liegt, kann eine Prognose zur Zeitspanne für die Halbierung (oder Drittelung, oder Fünftelung, etc.) der aktuellen Neuinfektionen abgegeben werden. Ebenso kann für eine «zulässige», absolute Neuinfektionszahl oder Inzidenz (z. B. 500) mittels Bezug auf die aktuelle Zahl (z.B. 5000) aus dem Quotienten (z. B. 0.1, d.h. ein Zehntel gegenüber heute) die hierfür benötigte Zeitdauer bestimmt werden.

Auch hier stellt sich allerdings ein **Problem**: Der Summenverlauf der Neuinfektionen wird an drei verschiedenen Wachstumsfunktionen (symmetrische, rechtsschiefe, linksschiefe S – Funktion) angelehnt und deren jeweiliger Korrelationskoeffizient "r" berechnet. Bestimmt man zu jeder Summenfunktion den Verlauf der zugeordneten Glockenkurve aus Ableitung, folgen für die vorgegebene Reduktion der Fallzahlen (z.B. Halbierung) unterschiedliche Zeitspannen. Sofern die drei Korrelationskoeffizienten "r" (generelle Bedingung: $r > 0.99$) für die Summenkurven etwa gleich (-wertig) sind, sollte man vernünftigerweise von einer abgesteckten Bandbreite der gesuchten Zeitspanne für die Reduktion sprechen – und nicht von einer genau determinierten Zahl. So oder so werden jedoch damit je nach «Ausgangslage» ganz andere Zeitspannen geliefert, als nach der «falschen Hochrechnung» anhand der Reproduktionszahl!

Stand 10. 12. 2020 / Ergänzungen 13.12.2020